VĚDECKÝ SEMINÁŘ

pořádaný 10. května 1989

brněnskou pobočkou JČSMF a
oborem matematiky PřF UJEP
při příležitosti 90. narozenin
akademika Otakara Borůvky

TEORIE GRUPOIDŮ A TEORIE ROZKLADŮ MNOŽIN

František Šik

Borůvkovo algebraické dílo je věnováno teorii grupoidů, která v době publikace jeho první práce o grupoidech (1941) byla zcela nová, a teorii rozkladů množin, jež ve formě teorie relací ekvivalence teprve začínala. Borůvkovým záměrem bylo vyšetřit znění základních grupových vět, když operaci zbavíme axiomů, případně odstraníme operaci úplně. Je s podivem, že tak obecné východisko dovolilo vybudovat pojmový aparát, odrážející obdobné pojmy v grupách a jejich složité svazky. Jako příklad budiž uvedena jedna z nejdůmyslnějších Borůvkových konstrukcí, která umožnila zobecněnou rekonstrukci Schreier-Zassenhausovy věty o existenci izomorfních zjemnění dvou invariantních řad podgrup. Zassenhausův důkaz byl konstruktivní a Borůvkovi se podařilo odhalit množinovou povahu konstrukce přiřazení, představujícího žádaný isomorfismus. Překvapující na té konstrukci je to, že není vázána na grupoidní operaci - představuje tudíž nejobecnější variantu Schreier-Zassenhausovy věty. Není nutno zdůrazňovat, že Borůvka dal množinovou podobu nejen této komplikované grupové větě, ale téměř všemu, co vytvořil v teorii grupoidů, našel ekvivalent v teorii rozkladů množin bez operace. Konstruktivnost byla výrazným rysem Borůvkový metodiky. V důsledku toho jeho množinové věty měly rozumnou grupoidní interpretaci. Podrobněji řečeno, věta o faktoroidech dala (po zanedbání operace) větu o rozkladech množiny a ta po restauraci operace revokovala původní tvrzení. To není nijak samozřejmé, neboť některé věty o algebraických strukturách se stávají triviální, když strukturu zbavíme operací.

Z ohlasu Borůvkova algebraického díla připomeňme aspoň dvě odezvy na zmíněnou Schreier-Zassenhausenovu větu pro množiny. J. Škrášek našel zajímavou aplikaci v teorii klasifikací. Druhá spočívala v zobecnění na universální algebry a v tom, že existenční podmínky byly zeslabeny do té míry, že se staly i nutnými (F. Šik).

Borůvka shrnul svoje výsledky do několika knih, z nichž poslední vyšla ve třech jazykových verzích.

Výrazným rysem Borůvkovy osobnosti byla práce s žáky a spolupracovníky, ovšemže nejen v algebře. Tajemství metody je ve vzájemném povzbuzování, vzájemné provokaci nápadů a koneckonců v záruce pokračování a rozvíjení díla. I v tom je velká cena Borůvkova pojetí práce v matematice.

DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRIE

Alois Švec

Diferenciálně-geometrické práce akademika Otakara Borůvky spadají do dvacátých let. Hlavním předmětem zkoumání byla projektivní deformace ploch, teorie korespondencí mezi projektivními rovinami a teorie ploch s kruhovými indikatricemi křivosti. Borůvka byl jedním s prvních, kdo v diferenciální geometrii užíval Cartanových metod pohyblivého reperu. Je paradoxní, že na Borůvkovy práce bylo u nás málo navazováno (výjimku jistě tvoří prof. Karel Svoboda) a v současné době úpadku československé klasické diferenciální geometrie je snad jeho (a nejen jeho) dílo úplně zapomenuto.

Teorie korespondencí mezi projektivními prostory se v padesátých letech intenzivně pěstovala u nás (akademik Eduard Čech a jeho žáci) a v Itálii (Bologna), dnes opět jsou tyto práce opomíjeny. Je přitom paradoxní, že v současné době se pracuje na modernizaci projektivní diferenciální geometrie (hlavně v NSR a USA), kdy vzorem je již provedené přepracování afinní geometrie. Rozsáhlou samostatnou partií je ovšem i studium tzv. minimálních ploch a jejich (převážně) globálních vlastností. Je jistě velká škoda, že do těchto výzkumů není zapojeno více československých geometrů; Borůvkovy práce by jim i dnes daly mnoho podnětů, metodických přístupů i početních triků.

Práce Otakara Borůvky vždy sjednocují úvahy geometrické s teorií parciálních diferenciálních rovnic či analytických funkcí, což je dnes jeden z hlavních požadavků na dobrou práci současné diferenciální geometrie.

DISKRÉTNÍ MATEMATIKA A OPTIMALIZACE

Eduard Fuchs

V teorii kombinatorických optimalizací hraje zásadní roli "algoritmus pro hledání minimální kostry v grafech", ve světové literatuře označovaný MSTP (The minimum spanning tree problem). První řešení příslušného problému podal již v roce 1926 Otakar Borůvka v práci "O jistém problému minimálním". Práce Moravské přírodovědecké společnosti 3 (1926), 1-22. O praktických aplikacích popsaného algoritmu pak podal zprávu v článku "Příspěvek k řešení otázky ekonomické stavby elektrovodných sítí", Elektrotechnický obzor 15 (1926), 153-154.

Tento první "grafový" algoritmus tak vznikl v době, kdy teorie grafů de facto ještě neexistovala.

MSTP hraje centrální roli v odhadech složitosti v Computer science, při konstrukcích počítačových sítí, při výstavbě telekomunikačních sítí, při řešení dopravních úloh, při hledání maximálních toků v sítích a v řadě dalších problémů. Proto byl mnohokrát modifikován.

V přednášce ukážeme nejběžnější současné varianty algoritmu včetně odhadu jejich složitosti a motivace jejich vzniku

METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

Alexandr Ženíšek

I když akademik Borůvka v numerických metodách pro parciální diferenciální rovnice nepracoval, zná jeho jméno každý, kdo se hlouběji zabývá metodou konečných prvků. První matematický článek o této metodě, dnes už klasický, ale doposud jeden z nejcitovanějších, byl totiž věnován k jeho sedmdesátinám. Všichni brněnští matematici, kteří pracují v metodě konečných prvků, jsou buď Borůvkovi žáci, nebo jsou silně ovlivněni Borůvkovou osobností.

Sedmdesátá léta byla pro metodu konečných prvků hlavně obdobím řešení lineárních problémů. V současné době je pozornost téměř výhradně věnována nelineárním problémům.

V případě nelineárních eliptických rovnic se silně monotonními operátory a obecně nespojitými koeficienty byla v Brně v posledních čtyřech letech vybudována velmi rozsáhlá teorie, která bere v úvahu aproximaci oblasti a numerickou integraci a analyzuje tak diskrétní schémata, která jsou užívána v praxi. Byla dokázána konvergence přibližných řešení za předpokladů, které jsou totožné s předpoklady existenčních teorémů. Za dodatečných předpokladů hladkosti řešení je odvozena rychlost konvergence.

V případě nelineárních parabolických rovnic je vybudována obdobná teorie respektující praxi. Nelineární eliptické operátory, které zde vystupují, mohou být pouze monotonní. Počáteční podmínka je zásadně uvažována v L_2.

Z dalších úspěšně řešených problémů se zmiňme o nelineárních parabolicko-eliptických problémech, které mají aplikace v teorii kvazistacionárních Maxwellových rovnic, o nelineárních rovnicích polovodičů a konvekčně-difuzních problémech. Nezanedbatelné jsou též výsledky, které byly získány v oblasti algoritmizace úloh a vytváření programů pro průmyslové využití.

GLOBÁLNÍ TEORIE LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

František Neuman

Lineárními diferenciálními rovnicemi se zabývali matematikové od 17. století. Toto studium bylo často spojeno s problémy ve fyzice, astronomii, technice a také s rozvíjením jiných oblastí matematiky, zejména geometrie. Většina výsledků však byla lokálního charakteru, který není dostačující pro popis celkového chování řešení. I v tomto století bylo známo jen málo isolovaných výsledků globálního rázu.

Systematicky se globálními vlastnostmi lineárních diferenciálních rovnic 2. řádu začal zabývat až akademik Otakar Borůvka v 50. letech a zejména užitím globálních transformací vytvořil plodnou a hlubokou teorii těchto rovnic.

Již 20 let se pozornost matematiků zaměřuje též na studium globálních vlastností lineárních diferenciálních rovnic třetího a vyšších řádů.

V přednášce budou osvětleny výsledky tohoto výzkumu, který navázal na práce O. Borůvky a řeší otázky globálního charakteru pro lineární diferenciální rovnice libovolného řádu. Pozornost bude věnována jak algebraickým a geometrickým metodám při tomto studiu, tak výsledkům, které na rozdíl od dřívějších lokálních popisů, vedou ke globálním kanonickým tvarům, udávají efektivní kritérium globální ekvivalence pro rovnice 3. a vyšších řádů a popisují globální invarianty studovaných rovnic. Dosavadní výzkum vedl k vybudování uceleného souboru obecných metod a poznatků, který umožňuje jednotný přístup k problémům týkajícím se globálního chování řešení lineárních diferenciálních rovnic.

TEORIE MONOUNÁRNÍCH ALGEBER

Miroslav Novotný

V roce 1950 formuloval O. Borůvka tento problém: Je dána množina A a zobrazení f množiny A do A. Najděte všechna zobrazení h množiny A do A zaměnitelná se zobrazením f, tj. taková, že $f(h(z)) = h(f(x))$ pro každé x z množiny A. Tento problém Borůvka získal v souvislosti s otázkou, jak nalézt všechny matice zaměnitelné z danou maticí.

Uvedený problém řešil v roce 1952 autor této přednášky: Zkonstruoval všechny homomorfismy jedné monounární algebry do druhé. Metody, kterých použil, mu později dovolily sestrojit všechny homomorfismy a všechny simulace jednoho Pawlakova stroje v druhém. Všechny matice zaměnitelné s danou maticí našel autor pomocí uvedené konstrukce až v roce 1982.

Zmíněný problém a metody zavedené při jeho řešení stimulovaly studium monounárních algeber. Tak byly popsány kategorie souvislých parciálních monounárních algeber a kategorie souvislých Pawlakových strojů. Dále byly rozřešeny některé otázky určenosti monounárních algeber (např. systémem endomorfismů nebo kongruencí). Částečně byla popsána aritmetika typů monounárních algeber. Zvlášť obtížné jsou otázky určení monounární algebry, na níž je definována další – např. topologická – struktura tak, aby systém všech endomorfismů monounární algebry splýval s některým důležitým systémem zobrazení druhé struktury do ní samé, např. se systémem uzavřených spojitých zobrazení v případě topologické struktury.